

Dimensions et unités

✎ Liste des exercices

- 1 Dimensions secondaires ★
- 2 Analyse dimensionnelle I ★
- 3 Analyse dimensionnelle II ★★
- 4 Analyse dimensionnelle III ★★★

Exercice 1 Dimensions secondaires ★

Dans chacun des cas ci-dessous, donner la dimension de la grandeur soulignée. Exprimer ensuite son unité SI (parfois renommée entre parenthèses).

On utilisera les notations suivantes :

Nom	Dimension	unité SI
Longueur	$[L]$	m
Temps	$[T]$	s
Masse	$[M]$	kg
Intensité électrique	$[I]$	A
Température	$[\theta]$	K
Quantité de matière	$[n]$	mol

- Une surface.
- Le volume d'eau V sortant d'un jet avec un débit volumique D_v pendant un temps Δt s'exprime :

$$V = D_v \Delta t$$

- La charge électrique q (coulomb C) traversant la section d'un fil, parcouru par un courant d'intensité i pendant un temps Δt est telle que :

$$i = \frac{q}{\Delta t}$$

- En plaçant une quantité de matière n de sel dans un verre d'eau de volume V , on obtient une solution de concentration molaire c :

$$c = \frac{n}{V}$$

- Une force F (newton N) peut-être déterminée à partir de la masse m d'un système et de son accélération a :

$$F = ma$$

- La pression P (pascal Pa) appliquée sur une surface S , subissant une force F est :

$$P = \frac{F}{S}$$

- L'énergie cinétique E_c (joule J) d'un système de masse m , allant à la vitesse v est :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Bonus : Relier les joules (J), les newtons (N) et les mètres (m) ; puis les joules, les pascals et les mètres.

- Un ressort que l'on étire d'une longueur ℓ par rapport à sa position au repos, va exercer une force F sur son extrémité :

$$F = k\ell$$

Le coefficient k est appelé raideur du ressort.

- L'énergie ΔU stockée par un litre d'eau lorsque l'on augmente sa température d'une quantité ΔT dépend de sa capacité thermique C_V :

$$\Delta U = C_V \Delta T$$

- La force gravitationnelle F entre deux corps de masses m_1 et m_2 , séparés par une distance d s'exprime :

$$F = \mathcal{G} \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Où \mathcal{G} est la constante gravitationnelle universelle.

Exercice 2 Analyse dimensionnelle I ★

Dans chacune des situations ci-dessous, on décrit un problème avec ses paramètres. Donner une expression homogène de la grandeur soulignée en fonction de ces derniers (pas nécessairement tous).

NB :

- Bien sûr tous ces résultats ne seront vrais qu'à un facteur près.
- Une force s'exprime en newton (noté N) : $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Quel est le temps de chute Δt d'une pierre de masse m , lâchée à une hauteur h dans un champ gravitationnel d'accélération g ?
2. Une fusée propulse un gaz avec un débit massique D_m et une vitesse v . Exprimer la force F de poussée engendrée sur le véhicule.
3. Une formule 1 entre dans un virage en forme d'arc de cercle de rayon R à la vitesse v . Quelle est l'accélération a subie par le pilote ?

Exercice 3 Analyse dimensionnelle II ★★

Même énoncé avec les indications suivantes :

- une énergie s'exprime en joule (noté J) : $1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$;
- une puissance est une énergie par unité de temps ;
- un débit massique est une masse par unité de temps ;
- une masse volumique est une masse par unité de volume ;
- une tension de surface est une énergie par unité de surface ;
- une pression est une force par unité de surface.

1. Exprimer la hauteur h d'un jet d'eau, dont le fluide est propulsé verticalement avec une pompe de puissance \mathcal{P} et un débit massique D_m , dans un champ de pesanteur d'accélération g .
2. Une goutte d'eau tombe d'un robinet mal fermé. Sa forme étant quasiment sphérique, on se demande quel est son diamètre D . Les paramètres en jeu sont : la tension de surface γ entre l'eau et l'air, la masse volumique de l'eau ρ et l'accélération du champ de pesanteur g .

3. Pour qu'une bulle de savon de rayon R soit à l'équilibre, il faut que la pression intérieure soit plus élevée qu'à l'extérieure (on notera Δp cette différence de pression). On notera également γ la tension de surface entre le liquide et l'air.
4. On cherche l'angle α d'un virage relevé dans un vélodrome. Les cyclistes (de masse m) y roulent à la vitesse v , le rayon de courbure du virage est noté r , et le tout est plongé dans le champ d'accélération terrestre g .
NB : Dans ce cas, il y a plusieurs solutions envisageables, on donnera la plus simple, donnant des variations cohérentes aux attentes.

Exercice 4 Analyse dimensionnelle III ★★★

Même énoncé sachant qu'une masse molaire est une masse par unité de quantité de matière .

1. En supposant que l'atmosphère soit isotherme (partout à la même température), on peut exprimer sa hauteur caractéristique H en fonction de la masse molaire M des molécules qui la constituent, de l'accélération du champ de pesanteur g , de la température T , et d'une constante universelle : la constante des gaz parfaits $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.
2. L'explosion d'une bombe nucléaire libère une certaine énergie E . On peut estimer cette dernière simplement à partir de photos, sur lesquelles on mesure le rayon R de la boule de plasma créée après un instant t . Le dernier paramètre nécessaire est la masse volumique de l'air ρ .
3. Un astre suffisamment dense exerce une attraction gravitationnelle telle qu'autour de lui, même la lumière ne peut s'échapper ; on parle alors de trou noir. La distance à partir de laquelle même la lumière est condamnée tomber vers le centre est appelée rayon de SCHWARZSCHILD, on le notera r_S . Ce dernier dépend de la vitesse de la lumière c , de la constante de gravitation universelle $\mathcal{G} = 6.63 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ et bien sûr de la masse M du trou noir.